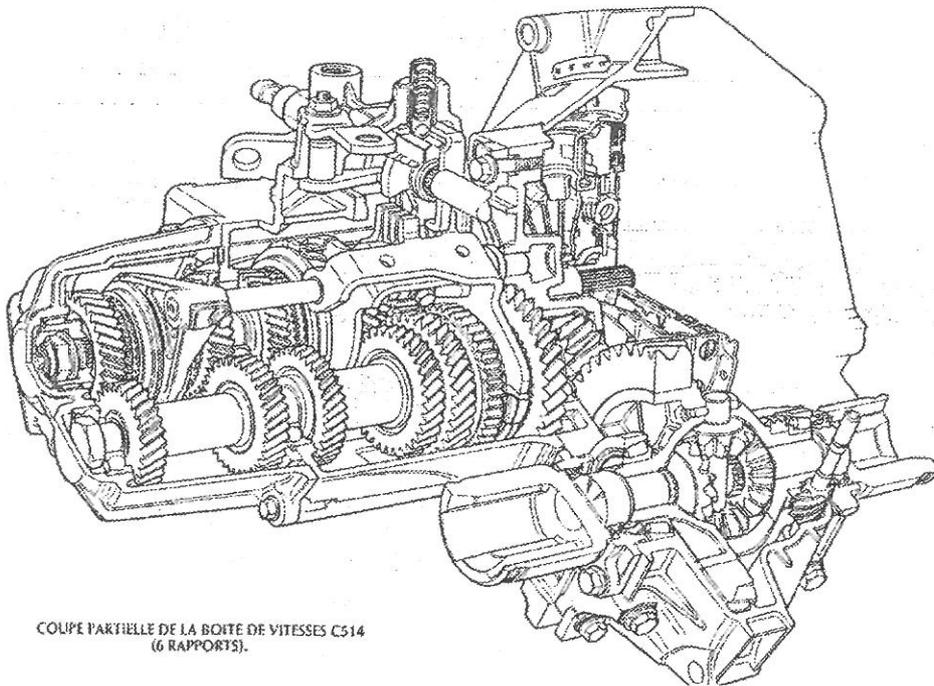


LES ENGRENAGES



COUPE PARTIELLE DE LA BOÎTE DE VITESSES C514
(6 RAPPORTS).

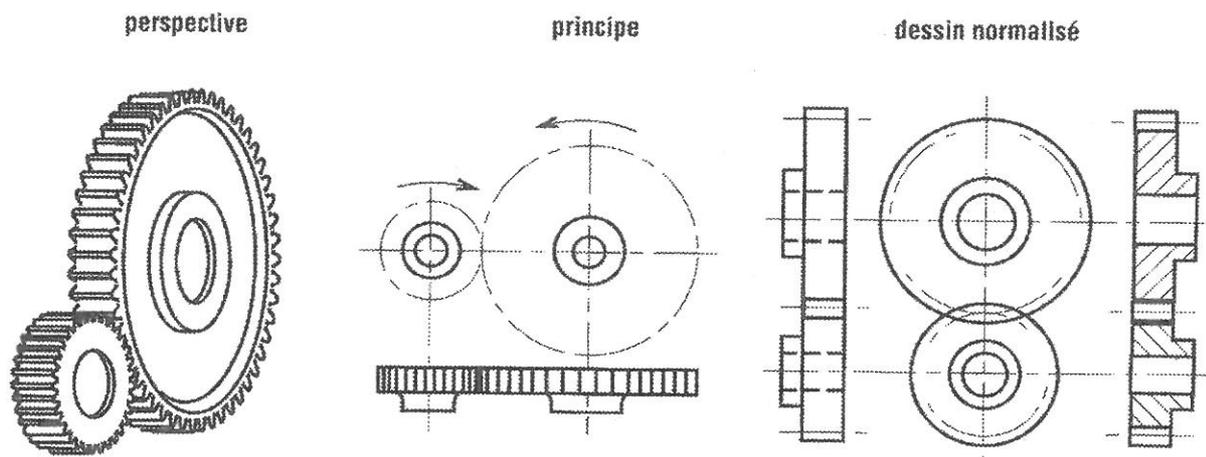
Les engrenages sont des composants mécaniques essentiels . Ils font parties des systèmes de transmission de mouvement et de puissance les plus utilisés, les plus résistants et les plus durables .

Ils sont normalisés et fabriqués suivant la norme internationale ISO . En automobiles on fait des grandes séries et pour optimiser les coûts les constructeurs s'écartent de ces standards .

I – DIFFERENTS TYPES D'ENGRENAGES

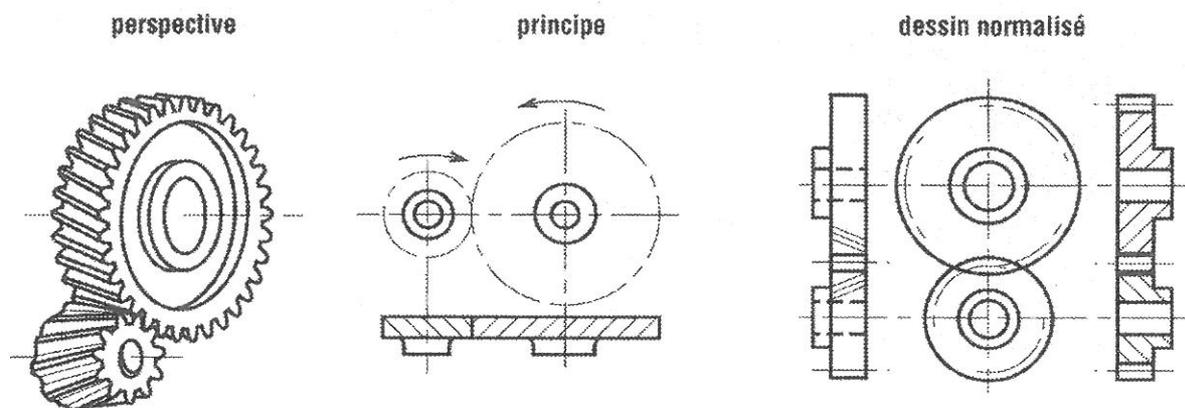
I-1 - Engrenages droits à denture droite

Les plus simples et les plus économiques . Ils sont utilisés pour transmettre le mouvement et la puissance entre deux arbres parallèles .



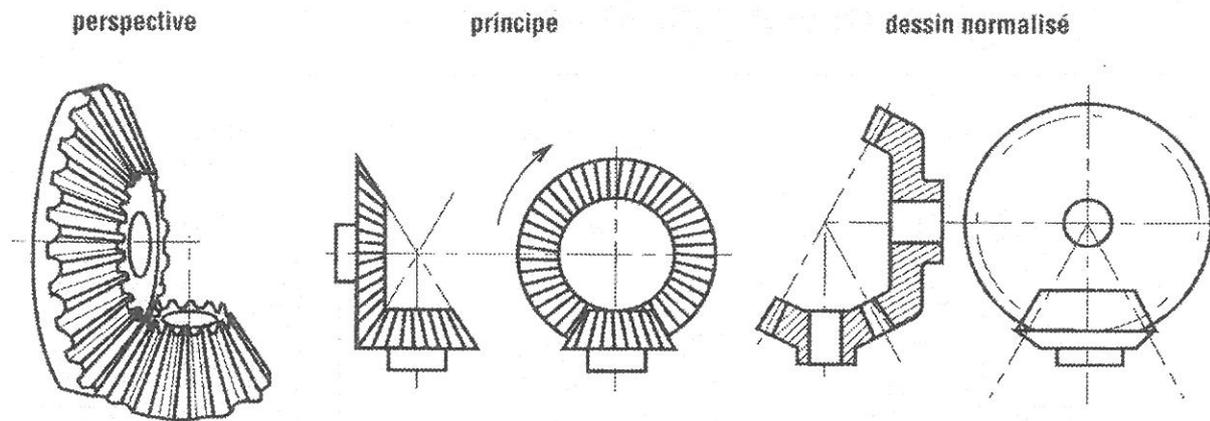
I-2 – Engrenages droits à denture hélicoïdale

Ils sont utilisés en transmission de puissance ; les dents des roues sont inclinées par rapport à l'axe de rotation des deux arbres .



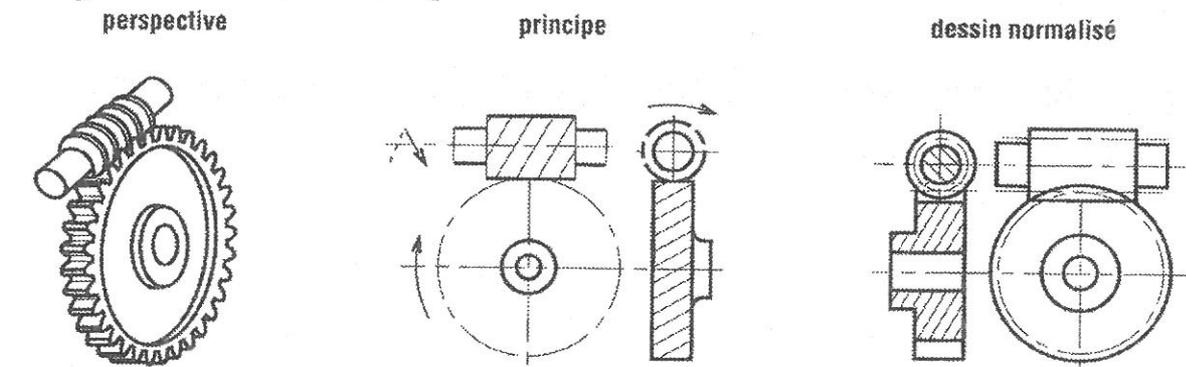
I-3 – Engrenages coniques

Ils sont utilisés pour transmettre le mouvement entre deux arbre concourants, perpendiculaires ou non .



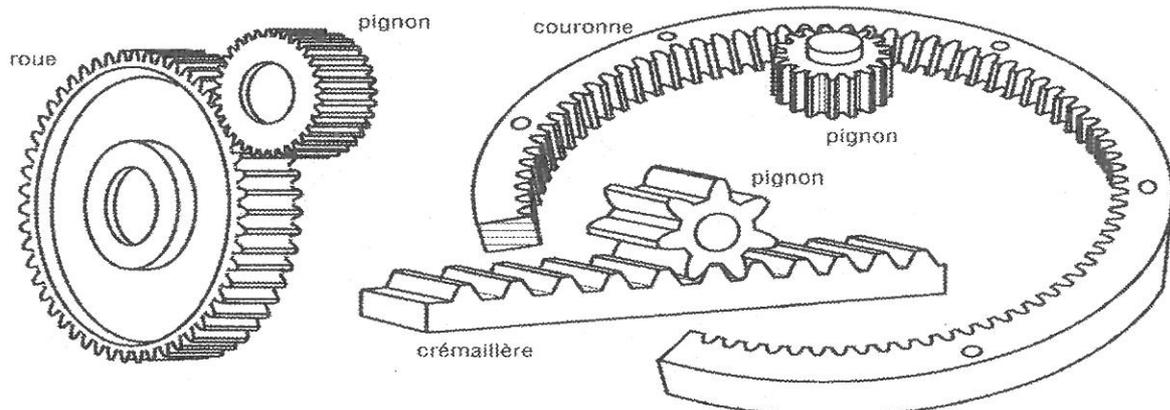
I-4 - Engrenages roue et vis sans fin

L'une des roues ressemble à une vis et l'autre à une roue hélicoïdale . Le sens de rotation de la roue dépend de celui de la vis mais aussi du sens de l'inclinaison de la denture, filet à droite ou à gauche . L'irréversibilité est possible .

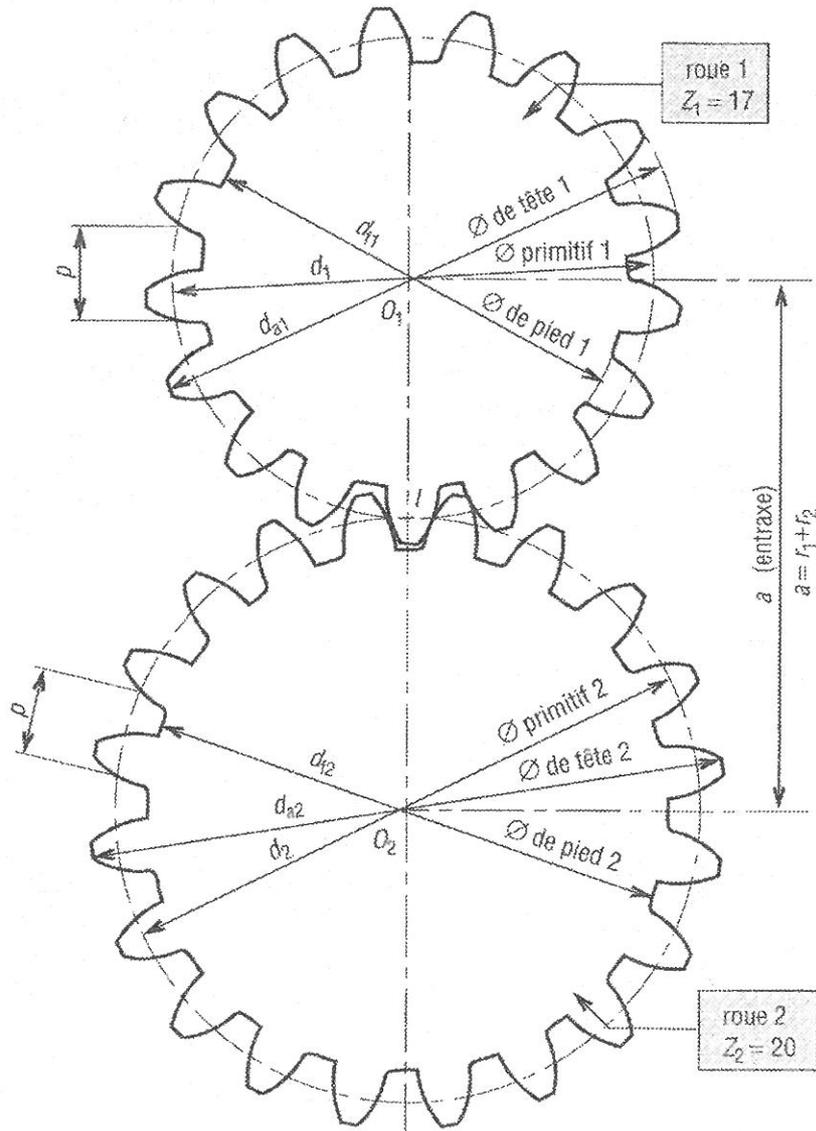
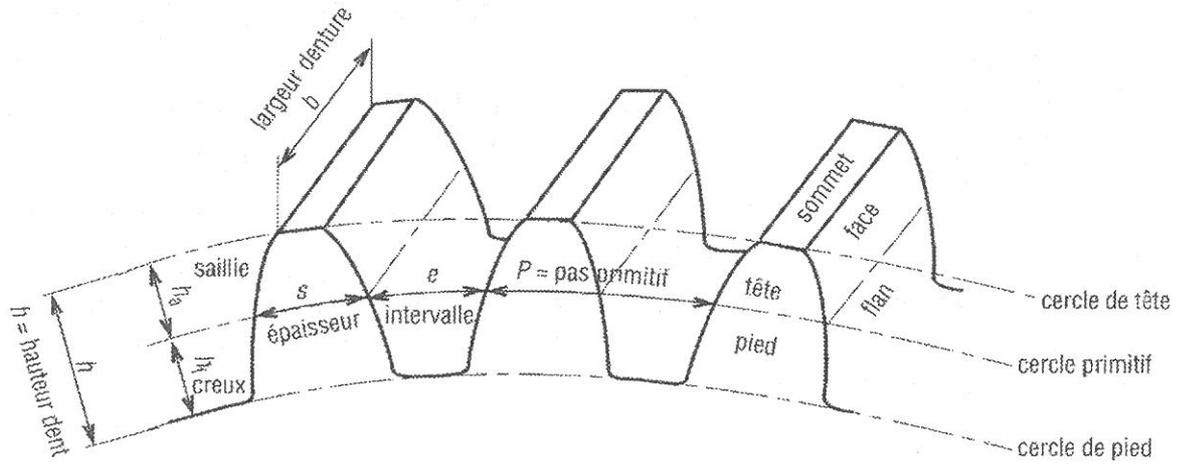


II - ENGRENAGES DROITS A DENTURE DROITE

Différents types d'engrenages



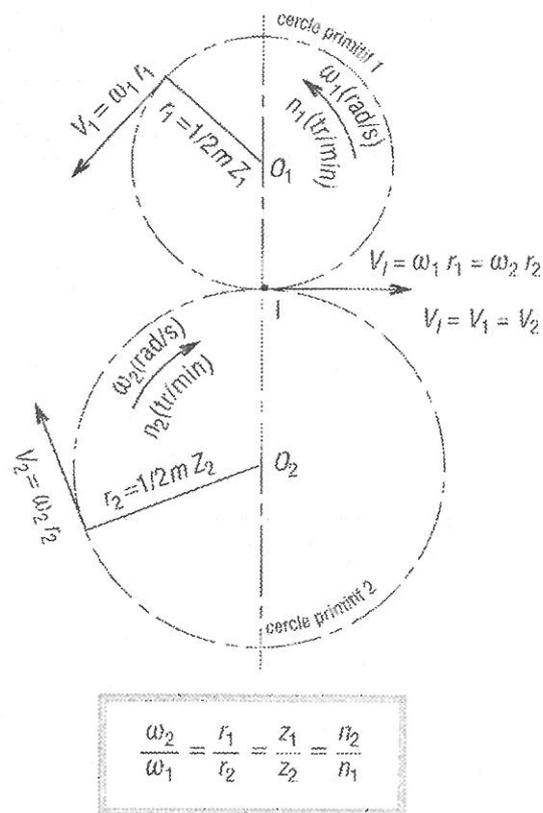
II- 1 – Définitions, terminologie et symboles normalisés ISO



Valeurs normalisées du module m									
valeurs principales en mm					valeurs secondaires en mm				
0,06	0,25	1,25	5	20	0,07	0,28	1,125	5,5	22
0,08	0,30	1,5	6	25	0,09	0,35	1,375	7	28
0,10	0,40	2	8	32	0,11	0,45	1,75	9	36
0,12	0,50	2,5	10	40	0,14	0,55	2,75	11	45
0,15	0,75	3	12	50	0,18	0,7	3,5	14	55
0,20	1,0	4	16	60	0,22	0,9	4,5	18	70

Caractéristiques et formules des engrenages droits à denture droite		
caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
vitesse angulaire	ω	$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx 0,1n$ (unités : rad/s)
nombre de tours par minute	n	n_1 (roue 1) et n_2 (roue 2)
module	m	valeurs normalisées (tableau des modules)
pas primitif	p	$p = \pi m = 3,14159 m$ ($p = p_1 = p_2$)
nombre de dents	Z	Z_1 (roue 1) et Z_2 (roue 2)
rayon primitif	r	r_1 (roue 1) et r_2 (roue 2) ; $r = d/2$
diamètre primitif	d	$d_1 = mZ_1$ et $d_2 = mZ_2$
entraxe entre les 2 roues	a	$a = r_1 + r_2 = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(Z_1 + Z_2)}{2}$
largeur de la dent	b	$b = k \cdot m$ ($7 \leq k \leq 12$)
saillie	h_a	$h_a = m$
creux	h_f	$h_f = 1,25m$
hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f = 2,25m$
diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2m$
rayon de tête	r_a	$r_a = r + m = d_a/2$
diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2,5m$
rayon de pied	r_f	$r_f = r - 1,25m = d_f/2$
épaisseur de la dent	s	$s_1 = e_2 = s_2 = e_1 = \pi m/2$ (avec jeu nul)
intervalle	e	$s_1 + e_1 = s_2 + e_2 = p$
angle de pression	α	valeur usuelle : $\alpha = 20^\circ$
rayon de base	r_b	$r_b = d_b/2$
diamètre de base	d_b	$d_b = d \cdot \cos \alpha$
pas de base	p_b	$p_b = p \cdot \cos \alpha$

II- 2 – Étude cinématique



Exemple :

On souhaite construire un réducteur de façon à ce que la vitesse d'entrée de 1 500 t/mn soit réduite à 500 t/mn . Si $Z_1 = 18$, Quel est la valeur de Z_2 ? . Si $m = 3$, Quel est la valeur de d_2 ? .

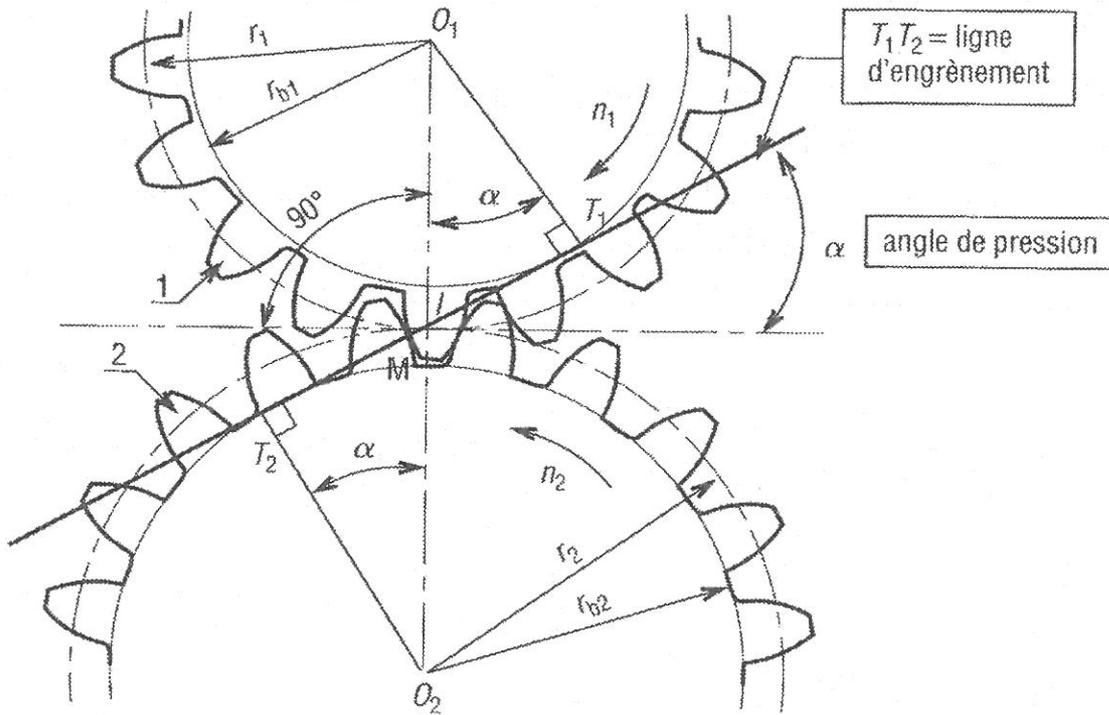
Ligne d'engrènement ou ligne de pression T_1T_2 : Angle de pression α

Elle est tangente aux deux cercles de base et porte en permanence l'effort de contact s'exerçant entre les deux roues .

Propriétés : le point de contact (M) entre les dents est toujours situé sur cette ligne .

La tangente en M aux deux profils en contact est toujours perpendiculaire à $T_1 T_2$.

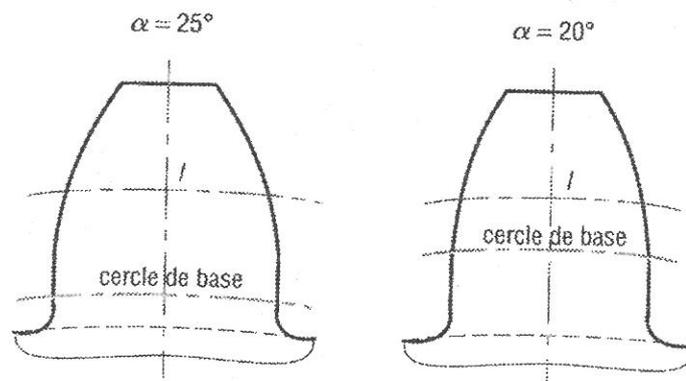
Le contact en M entre les deux dents se fait à la fois avec du roulement et du glissement .



L'angle de pression α :

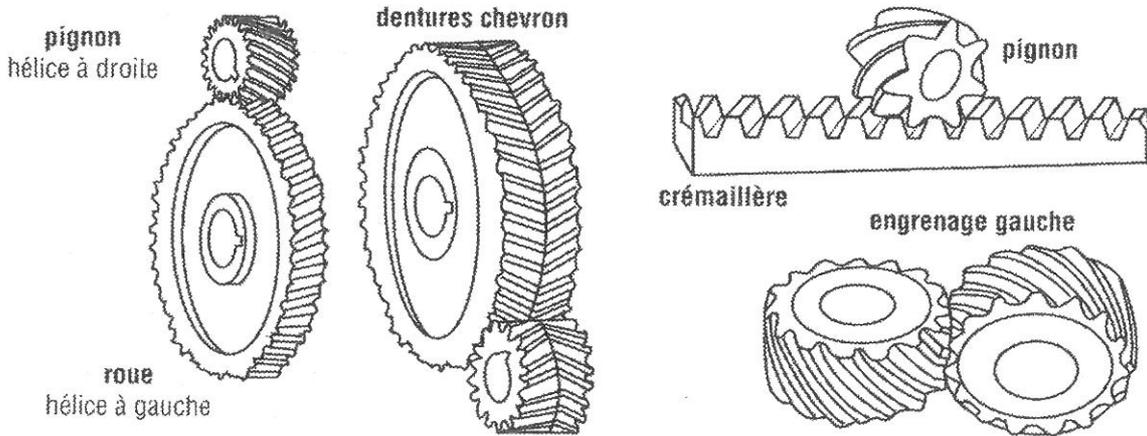
Autre caractéristique importante, il définit l'inclinaison de la droite de pression $T_1 T_2$ et la forme de la dent .

$\alpha = 20^\circ$ est la valeur la plus utilisée, $\alpha = 25^\circ$ est utilisé en standard aux USA .

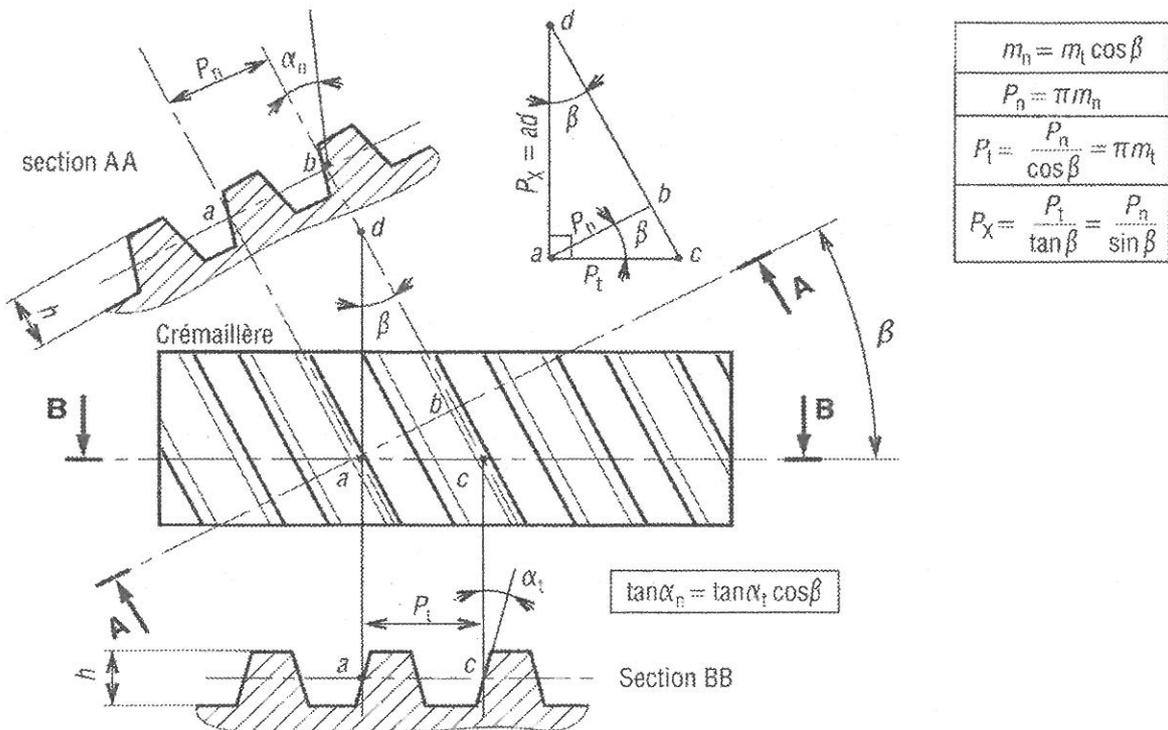


III – ENGRENAGES DROITS A DENTURE HELICOIDALE

Ils transmettent le mouvement entre deux arbres parallèles. L'angle d'inclinaison de la denture est le même pour les deux roues, mais en sens inverse.



III – 1 – Définitions et caractéristiques



Principales caractéristiques des engrenages droits à denture hélicoïdale		
caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
angle d'hélice	β	valeurs usuelles : $15^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$
sens de hélice		si la roue 1 a une hélice à droite, alors la roue 2 a une hélice à gauche
module réel	m_n	m_n est à choisir dans la série des modules normalisés
pas réel	p_n	$p_n = \pi \cdot m_n$
module apparent	m_t	$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}$ (augmente avec β)
pas apparent	p_t	$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta} = \pi \cdot m_t$
vitesse angulaire	ω	$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx 0,1n$ (unités rad/s)
nombre de tours/minute	n	n_1 (roue 1) n_2 (roue 2)
nombre de dents	Z	Z_1 (roue 1) Z_2 (roue 2)
diamètre primitif	d	$d_1 = m_t Z_1$ et $d_2 = m_t Z_2$
entraxe entre 2 roues	a	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m_t(Z_1 + Z_2)}{2} = \frac{m_n(Z_1 + Z_2)}{2 \cos \beta}$
saillie	h_a	$h_a = m_n$
creux	h_f	$h_f = 1,25 m_n$
hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f = 2,25 m_n$
diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2 m_n$
diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2,5 m_n$
diamètre de base	d_b	$d_b = d \cos \alpha_t$
angle de pression réel	α_n	valeur la plus usuelle : $\alpha = 20^\circ$
angle de pression apparent	α_t	$\tan \alpha_n = \tan \alpha_t \cdot \cos \beta$
pas de base réel	p_{bn}	$p_{bn} = p_n \cdot \cos \alpha_n$
pas de base apparent	p_{bt}	$p_{bt} = p_t \cdot \cos \alpha_t$
pas axial	p_x	$p_x = \frac{p_t}{\tan \beta} = \frac{p_n}{\sin \beta} = \frac{p_t}{Z}$
pas de l'hélice primitive	p_z	$p_z = \frac{\pi \cdot d}{\tan \beta} = Z \cdot p_x$
largeur de dent	b	$b > 2 \frac{\pi \cdot m_n}{\sin \beta} = 2 p_x$

Angle d'hélice β : il mesure l'inclinaison de la denture, ou de l'hélice, par rapport à l'axe de la roue ; les valeurs usuelles se situent entre 15 et 30°. De grandes valeurs de β amènent plus de douceur et de progressivité mais aussi des efforts axiaux plus grands. Un engrenage droit est un engrenage hélicoïdal avec $\beta = 0^\circ$.

Grandeurs réelles (ou normales) : p_n , m_n et α_n ($=20^\circ$).

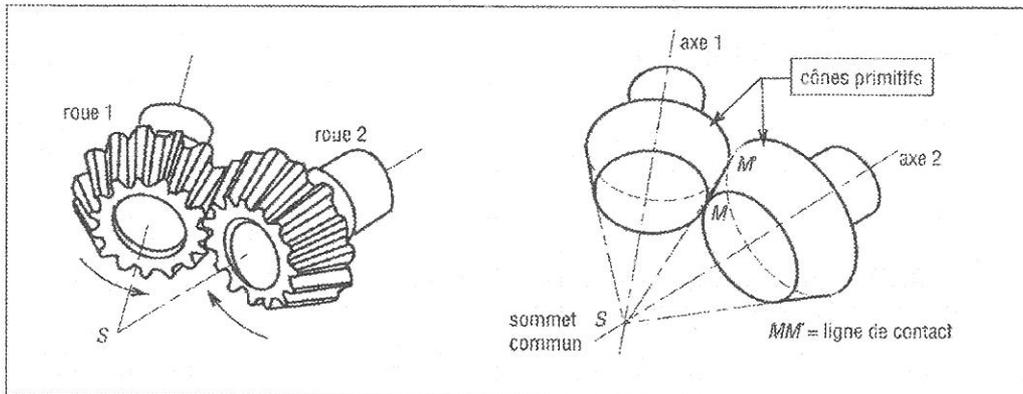
Elles sont normalisées et mesurées perpendiculairement à l'hélice.

Grandeurs apparentes (ou tangentielles) : p_t , m_t et α_t ne sont pas normalisées et dépendent de la valeur de β . Elles sont mesurées dans le plan de rotation de la roue (analogie avec une denture droite).

Entraxe a : il dépend de l'angle β . En faisant varier β on peut obtenir n'importe quel entraxe désiré, ce qui est particulièrement intéressant pour les trains d'engrenages.

Largeur b : pour des raisons de continuité et de progressivité la largeur b de la roue doit être supérieure au pas axial p_x ($b \geq 1,2 p_x$ est nécessaire, valeurs usuelles : $b \geq 2 p_x$).

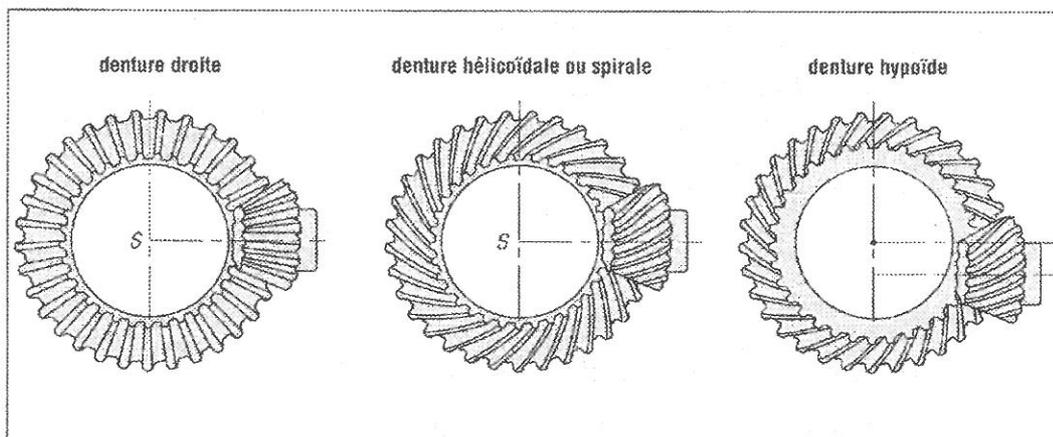
IV - ENGRENAGES CONIQUES OU A AXES CONCOURANTS



C'est un groupe important utilisé pour transmettre le mouvement entre deux arbres non parallèles dont les axes sont concourants ; les axes à 90° sont les plus courants.

Les surfaces primitives ne sont plus des cylindres mais des cônes (cônes primitifs). Les cônes sont tangents sur une ligne de contact MM' et leur sommet commun est le point S , c'est aussi le point d'intersection des axes de rotation des deux roues.

IV-1 – Principaux types



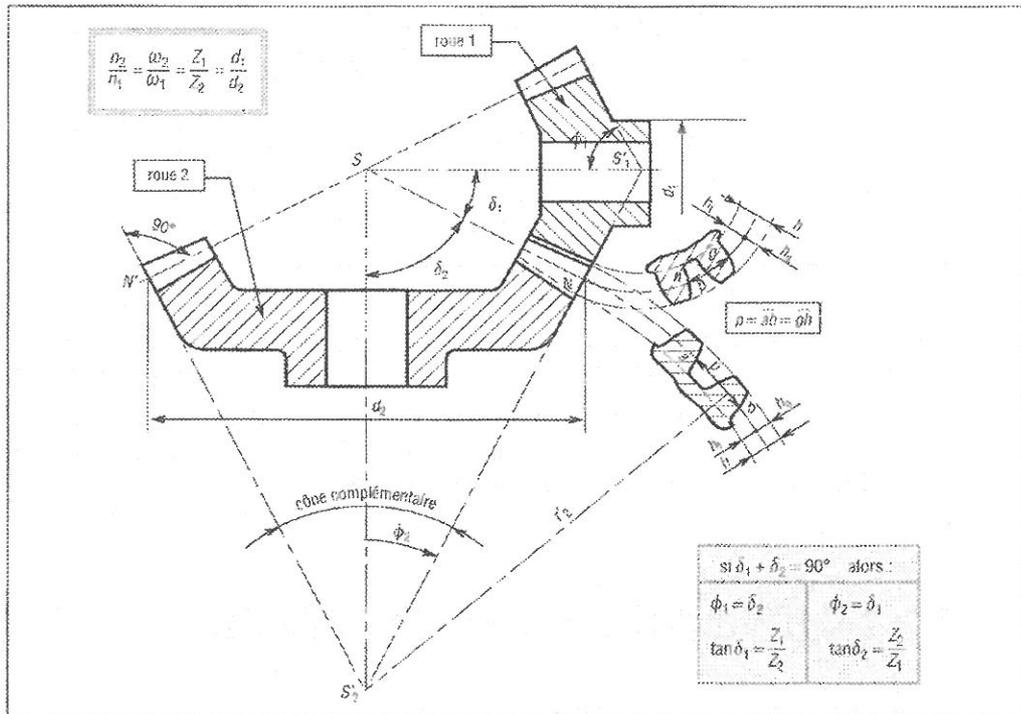
a) Engrenages coniques à denture droite : ce sont les plus simples. La direction des génératrices du profil de la denture passe par le sommet S . Aux vitesses élevées on retrouve les mêmes inconvénients que les engrenages droits à dentures droites (bruits de fonctionnement, fortes pressions sur les dents...).

b) Engrenages coniques à denture hélicoïdale ou spirale : ils sont conçus sur le même principe que les engrenages droits. Pour diminuer les bruits aux grandes vitesses et assurer une plus grande progressivité de la transmission, la denture droite est remplacée par une denture spirale (angle de pression usuel $\alpha_n = 20^\circ$ ou $14^\circ 30'$, angle de spirale 35°).

c) Engrenages hypoïdes : variante complexe des précédents, avec les mêmes qualités générales, ils sont à mi-chemin entre les engrenages coniques et les engrenages roue et vis. Les axes des roues sont orthogonaux mais non concourants, les surfaces primitives ne sont plus des cônes mais des hyperboloïdes (forme d'hyperbole). Le glissement ou le frottement entre les dents est élevé.

IV – 2 – Caractéristiques des engrenages coniques à denture droite

La taille et la forme de la dent (module m , pas p , d , d_o , d_f , h , h_o , h_f) sont définies à partir du plus grand cercle ou sur l'extrémité la plus large de la denture.



Principales caractéristiques des engrenages coniques à denture droite		
caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
vitesse angulaire	ω	$\omega = (\pi \cdot n)/30 \approx 0,1 n$ (unités : rad/s)
nombre de tours/minute	n	n_1 (roue 1) n_2 (roue 2)
module	m	valeurs normalisées (tableau 1) mesurée sur cône complémentaire
pas primitif	p	$p = \pi m = 3,141 59 m$ (avec $p = p_1 = p_2$)
nombre de dents	z	Z_1 (roue 1) Z_2 (roue 2)
diamètre primitif	d	$d_1 = mZ_1$ et $d_2 = mZ_2$
angle primitif	δ	δ_1 (roue 1) δ_2 (roue 2)
angle de pression	α	valeur la usuelle $\alpha = 20^\circ$
angle de tête	δ_a	$\delta_a = \delta + \theta_a$
angle de creux	δ_f	$\delta_f = \delta - \theta_f$
angle de saillie	θ_a	$\tan \theta_a = 2 m \cdot \sin \delta / d$
angle de creux	θ_f	$\tan \theta_f = 2,5 m \cdot \sin \delta / d$
angle de hauteur	θ	$\theta = \theta_a + \theta_f$
longueur génératrice primitive		$L = d_1/2 \sin \delta_1 = d_2/2 \sin \delta_2$
largeur de dent	b	$L/4 \leq b \leq L/3$ (raisons de taillage)
saillie	h_a	$h_a = m$
creux	h_f	$h_f = 1,25 m$
hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f = 2,25 m$
diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2 m \cdot \cos \delta$
diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2,5 m \cdot \cos \delta$
$\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$		$\delta_1 + \delta_2 < 90^\circ$
$\phi_1 = \delta_2$ $\phi_2 = \delta_1$ $\tan \delta_1 = Z_1/Z_2$ $\tan \delta_2 = Z_2/Z_1$		$\phi_1 = 90 - \delta_1$ $\phi_2 = 90 - \delta_2$ $\tan \delta_1 = \frac{\sin(\delta_1 + \delta_2)}{Z_1/Z_2 + \cos(\delta_1 + \delta_2)}$
		$\delta_1 + \delta_2 > 90^\circ$
		$\phi_1 = 90 - \delta_1$ $\phi_2 = 90 - \delta_2$ $\tan \delta_2 = \frac{\sin[180 - (\delta_1 + \delta_2)]}{Z_1/Z_2 - \cos[180 - (\delta_1 + \delta_2)]}$

V- ENGRENAGES ROUES ET VIS SANS FIN

La vis ressemble à une vis d'un système vis/écrou et la roue à une roue droite à denture hélicoïdale. La transmission de mouvement est effectuée entre deux arbres orthogonaux.

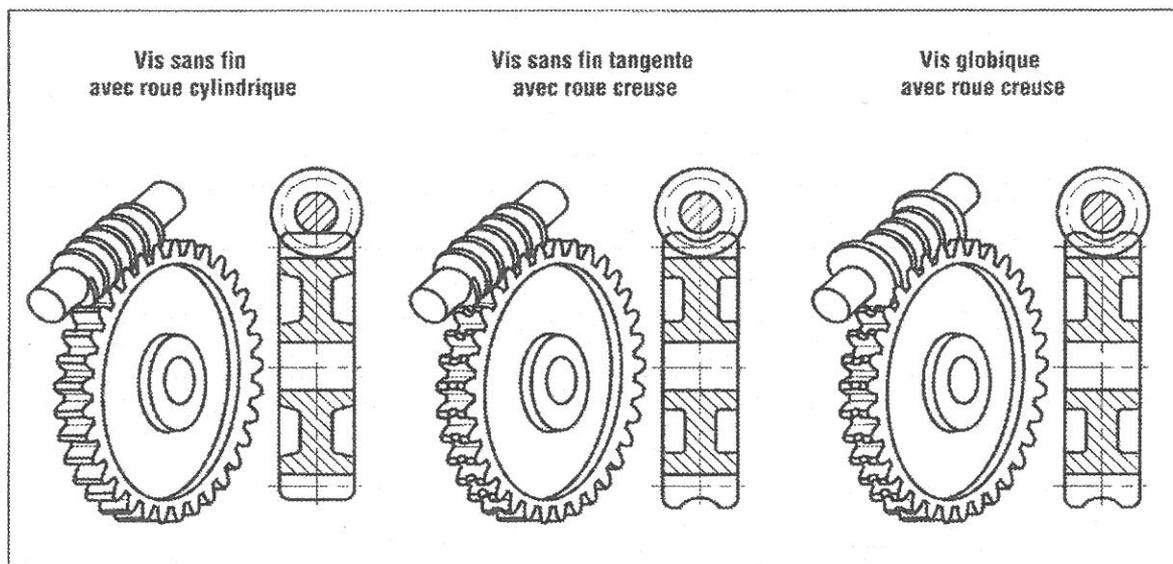
Ces engrenages permettent de grands rapports de réduction (jusqu'à 1/200) et offrent des possibilités d'irréversibilité.

Ils donnent l'engrènement le plus doux de tous les engrenages, silencieux et sans chocs.

Contrepartie : un glissement et un frottement important provoquent un rendement médiocre.

De ce fait, une bonne lubrification est indispensable ainsi que des couples de matériaux à faible frottement (exemple : vis acier avec roue en bronze).

V- 1 – Principales familles



V- 2 – Caractéristiques cinématiques et géométriques

Particularité : le rapport des nombres de dents est différent du rapport des diamètres primitifs comme pour les engrenages hypoides.

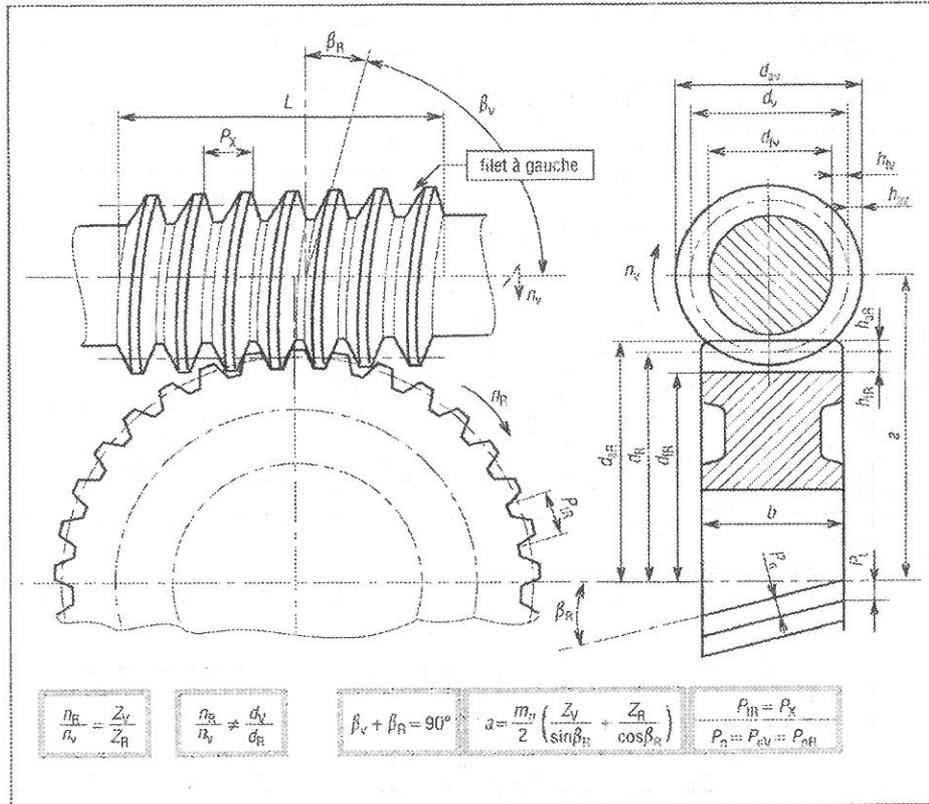
Les caractéristiques de la roue sont celles d'une roue droite à denture hélicoïdale (paragraphe III).

Z_v représente le nombre de filets de la vis (de 1 à 8 filets et parfois plus).

Le pas axial p_x mesure la distance (suivant l'axe) entre deux filets consécutifs de la vis.

Le pas de l'hélice p_z représente le pas du filet, ou d'un des filets, de la vis ($p_z = Z_v \cdot p_x$ et $\tan \beta_v = p_z / \pi d_v$).

La vis et la roue ont même pas normal p_n . Le pas axial de la vis est égal au pas apparent de la roue ($p_x = p_r R$).

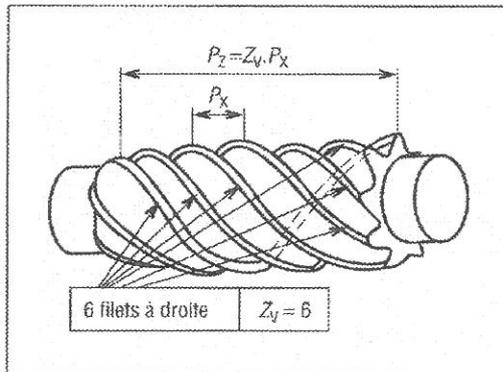


Principales caractéristiques des engrenages roue et vis		
caractéristiques	symboles ISO	observations et formules usuelles
nombre de filets vis	Z_v	
nombre de dents roue	Z_R	$Z_R + Z_v > 40^\circ$
angle d'hélice vis	β_v	irréversibilité si $\beta_v < 6^\circ$ à 10°
angle d'hélice roue	β_R	$\beta_v + \beta_R = 90^\circ$
sens des hélices		le sens (à droite ou à gauche) est le même pour la vis et la roue
module réel roue	m_n	m_n (le même pour la vis et la roue)
module axial vis	m_x	$m_x = \frac{p_x}{\pi} = \frac{m_n}{\cos \beta_R} = \frac{m_n}{\sin \beta_v}$
pas réel roue	p_n	$p_n = \pi \cdot m_n$
pas apparent roue	p_t	$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta_R} = \pi \cdot m_t$
pas axial vis	p_x	$p_x = p_t$ (pas axial vis = pas apparent roue)
pas de l'hélice	p_z	$p_z = Z_v \cdot p_x$
vitesse angulaire	ω	$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} \approx 0,1 n$ (unités rad/s)
nombre de tours/minute	n	n_v vis et n_R roue
diamètre primitif roue	d_R	$d_R = m_t \cdot Z_R$
diamètre primitif vis	d_v	$d_v = \frac{p_z}{\pi \tan \beta_v}$ et $\frac{d}{3} \approx \frac{0,875}{3} \approx d_v \approx \frac{d}{1,7}$
entraxe entre 2 roues	a	$a = \frac{d_v + d_R}{2}$
saillie	h_a	$h_a = m_n$
creux	h_f	$h_f = 1,25 m_n$
hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f$
diamètre de tête vis	d_{2v}	$d_{2v} = d_v + 2m_n$
diamètre de pied vis	d_{1v}	$d_{1v} = d_v - 2,5m_n$
angle de pression réel	α_n	commun à la vis et à la roue valeur : $14^\circ 30'$, 20° , 25° et 30°
angle de pression axial vis	α_x	$\alpha_x = \alpha_t$ (roue)
longueur de la vis	L	$L \approx 5p_x$ ou $5p_x$

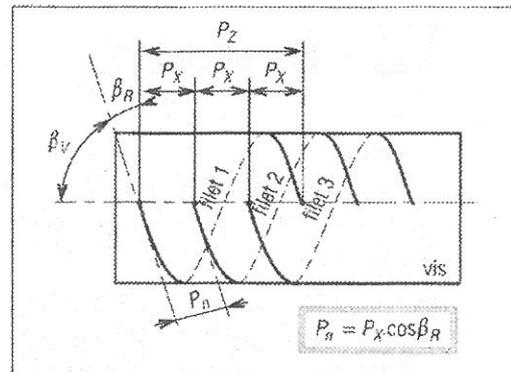
V- 3 – Irréversibilité du système roue et vis sans fin

Si la vis peut toujours entraîner la roue, par contre l'inverse n'est pas toujours possible. Lorsque l'angle d'inclinaison de l'hélice β_R est suffisamment petit (moins de 6 à 10°) le système devient irréversible et la roue ne peut pas entraîner la vis, il y a blocage en position. Cette propriété est intéressante pour des dispositifs exigeant un non retour.

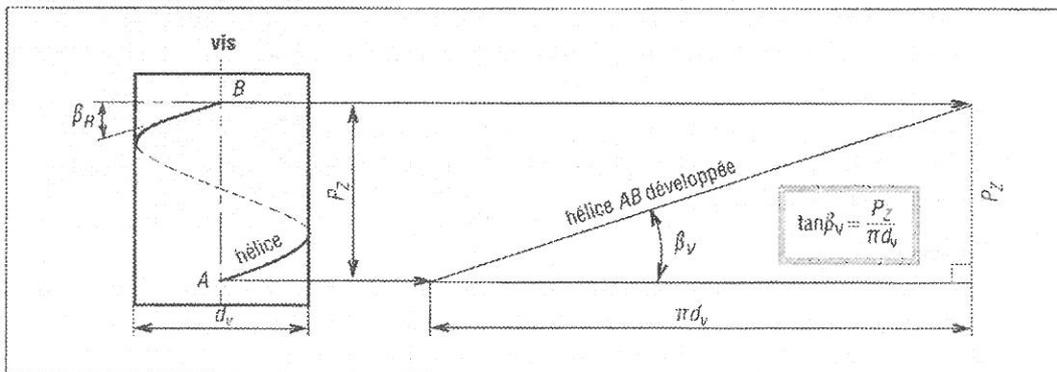
Ce phénomène est comparable à l'irréversibilité du système vis écrou. Les engrenages roue et vis sont les seuls à posséder cette propriété.



Cas d'une vis à six filets.



Position des filets dans le cas d'une vis à trois filets.



Developpement de l'hélice.

VI – TRAINS D'ENGRENAGES

VI-1 – Recommandations constructives (transmission de puissance)

En transmission de puissance les dentures durcies superficiellement par cémentation ou nitruration sont de loin les plus performantes.

Le graissage et les vibrations sont les principaux problèmes posés par les grandes vitesses.

Les carters ou bâtis doivent être aussi rigides que possibles (alliages légers ou fonte grise FGL pour les petites puissances, fonte GS ou acier moulé pour les fortes puissances et construction soudée pour les grandes tailles).

Les paliers sont généralement à roulements.

Afin de réduire l'encombrement et économiser la matière on limite le rapport de transmission d'un même couple de roue ($1/8 \leq Z_1/Z_2 \leq 8$). Au-delà de ces valeurs, il est souvent préférable d'utiliser deux couples de roues ou plus.

Dans la plupart des applications, les trains fonctionnent en réducteur (réduisent la vitesse et augmentent le couple).

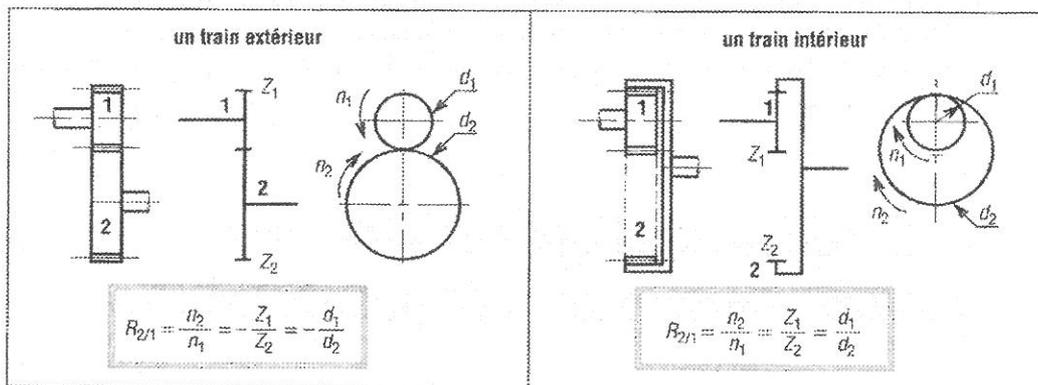
VI-2 – Schématisations

La normalisation indiquée ci-dessous permet de représenter schématiquement les engrenages et les chaînes cinématiques usuelles.

Schémas cinématiques (normalisation)			
roue extérieure	roue intérieure	roue conique	vis sans fin
denture extérieure	denture intérieure		
engrenages droits		engrenages coniques	roue et vis sans fin

VI-3 – Trains classiques

VI-3-1 Train à un engrenage

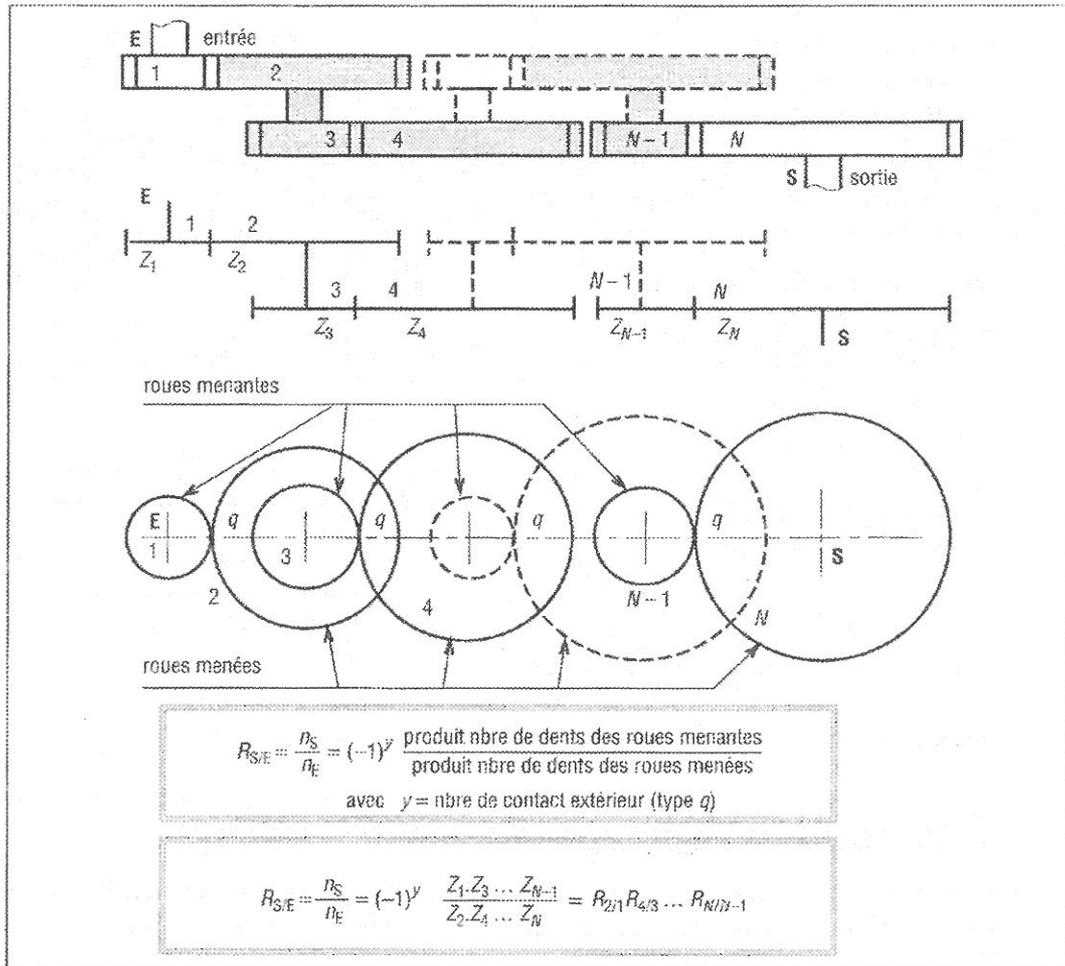


Il y a un couple de roues, le rapport de transmission ($R_{2/1}$) est égal au rapport inverse des nombres de dents. Le signe moins (cas de roues extérieures) indique une inversion du sens de rotation entre l'entrée et la sortie.

VI-3-2 – Trains à deux engrenages

Il y a deux couples de roues en série. Le rapport de transmission est égal au produit des rapports de transmission de chacun des couples de roues.

VI-3-2 –Cas général : trains à N engrenages

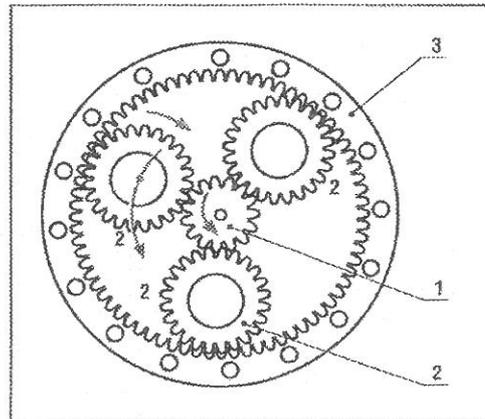
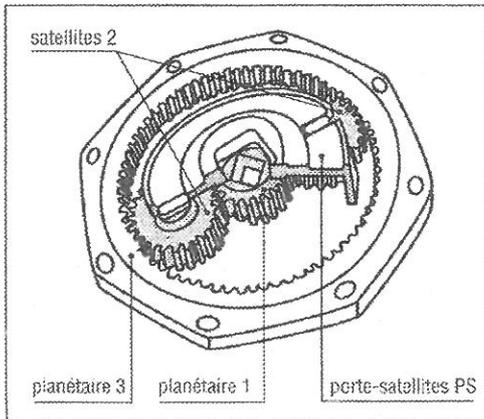


Les roues menantes sont les roues motrices de chaque couple de roues. Les roues menées sont les roues réceptrices.
 y est le nombre total de contacts (q) entre roues extérieures. $(-1)^y$ permet de savoir s'il y a ou non inversion du sens de rotation entre entrée et sortie.

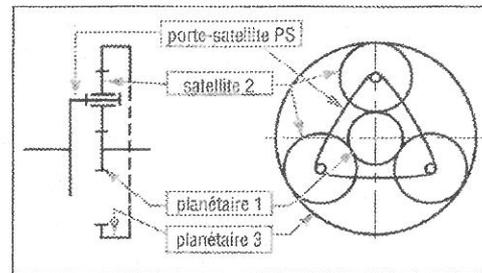
VII – TRAINS EPICYCLOIDaux OU PLANÉTAIRES

Ils autorisent de grands rapports de réduction sous un faible encombrement et sont régulièrement utilisés dans les boîtes de vitesse automatiques.
 Les puissances transmises sont modérées et les rendements diminuent quand le rapport de réduction augmente. Leur étude est plus complexe que les autres cas.
 Une particularité permet de les identifier : les axes de rotation des roues appelées satellites ne sont pas fixes dans le bâti mais tourbillonnent par rapport aux autres roues.

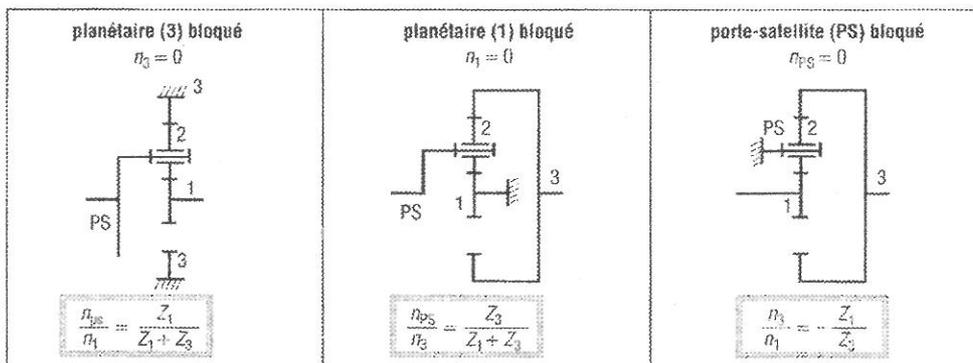
VII-1- Train épicycloïdal simple



Cette configuration est la plus utilisée ; le rendement est bon et l'encombrement axial faible. On peut avoir 2, 3 ou 4 satellites ; leur nombre est sans influence sur le rapport de la transmission. Le fonctionnement n'est possible que si l'un des trois éléments principaux, planétaire 1, planétaire 3 ou porte-satellites PS, est bloqué ou entraîné par un autre dispositif.



a) Cas usuels de fonctionnement



La configuration avec planétaire 3, ou couronne bloquée, est de loin la plus utilisée : planétaire 1 en entrée et porte-satellites PS en sortie.

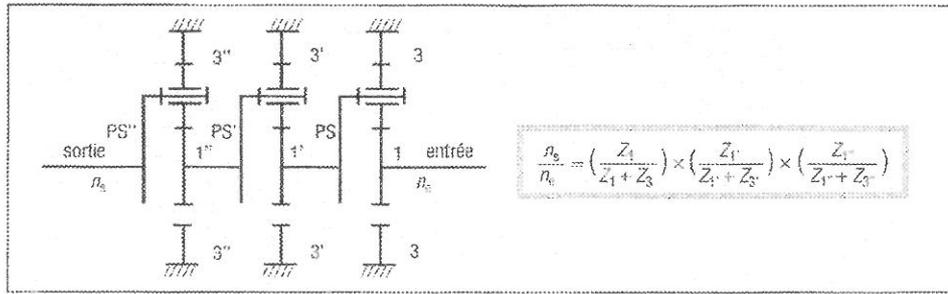
Si le porte-satellites est bloqué, l'ensemble fonctionne comme un train classique à un engrenage inférieur avec roue (satellite) d'inversion.

Exemple : cas d'une configuration avec planétaire 3 bloqué. $Z_1 = 20$, $Z_2 = 30$, $Z_3 = 80$ dents. $n_1 = 1\,500$ tr/min.

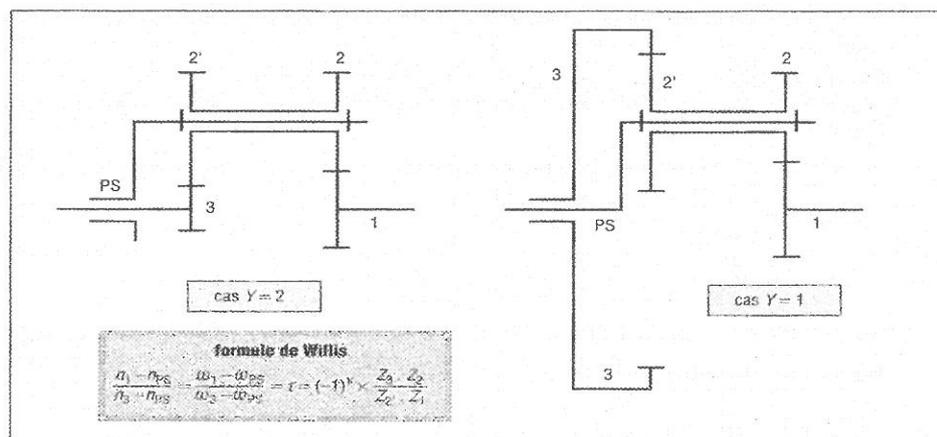
$$\frac{n_{PS}}{n_1} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} = \frac{20}{20 + 80} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0,2$$

$$n_{sortie} = n_{PS} = 1\,500 \times 0,2 = 300 \text{ tr/min}$$

b) Configuration avec trains en série



VII- 2- Trains épicycloïdaux avec satellites à deux roues



Cette variante du cas précédent permet de plus grands rapports de réduction. Le satellite est réalisé à partir de deux roues dentées 2 et 2' dont les nombres de dents Z_2 et Z_2' sont différents.

Les rapports de transmission se calculent avec la formule de Willis, r est appelé la raison du train de base, y est le nombre de contacts entre roues extérieures.

Comme précédemment, le fonctionnement n'est possible que si l'un des trois éléments de base (1, 3 ou PS) est bloqué ou entraîné par un autre dispositif.

